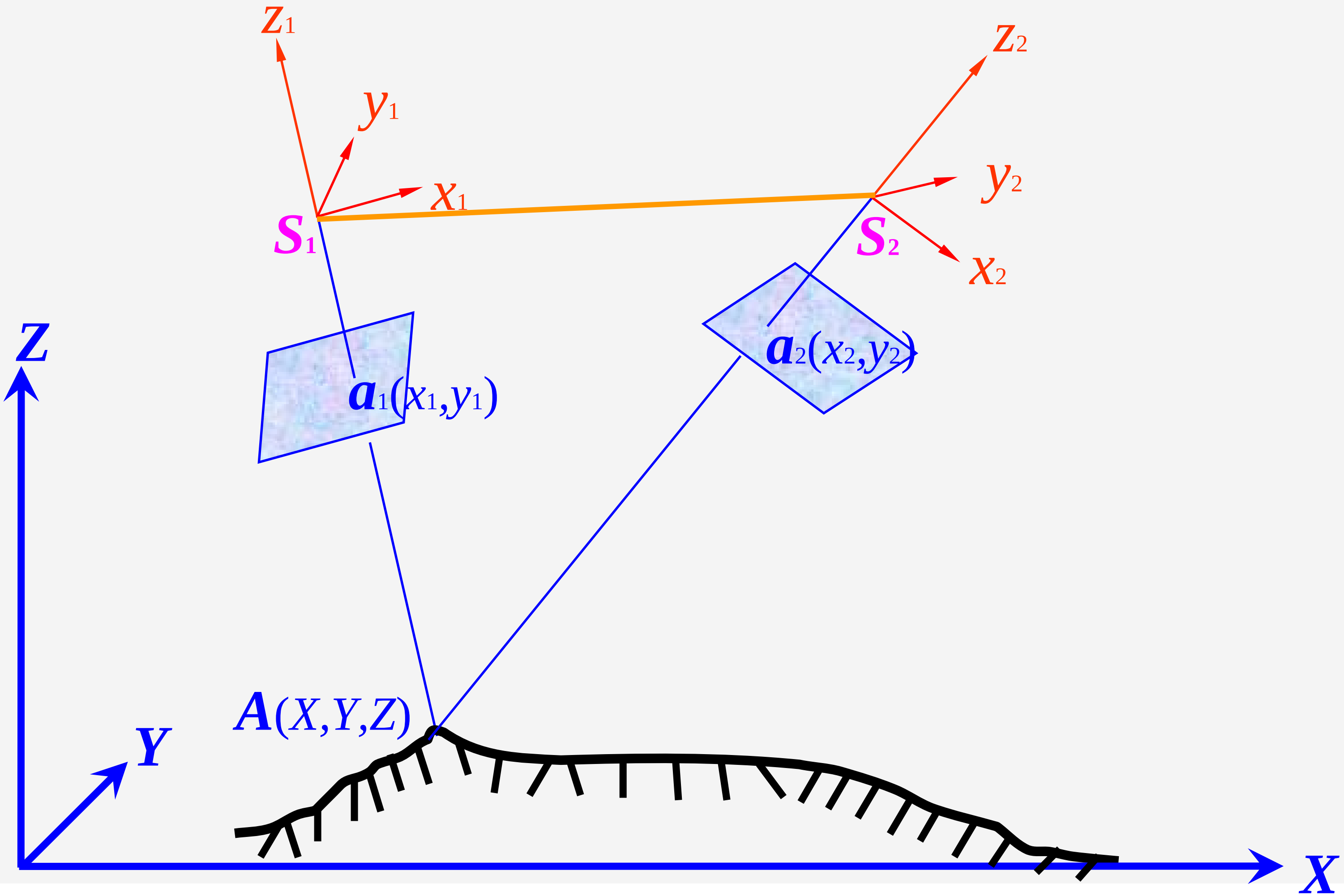
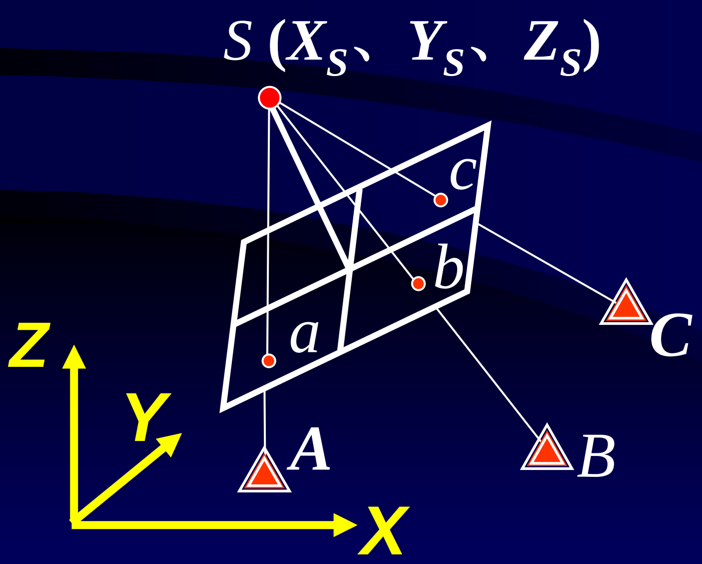
共线条件



摄影测量的空间后交会:利用一定数量的地面控制点，根据共线条件方程式，解求像片外方位元素的过程

当已知（至少）三个空间已知点 ***A***、***B***、***C***，与它们在影像上的三个对应点 ***a***、***b***、***c***，就能求得影像的 **6** 个外方位元素。



其理论基础为：共线方程，一个点有两个方程，已知三个点可列**6**个方程，因此可以解得**6**个外方位元素。

二、基本关系式

共线条件方程式

$$x=-f\frac{a_1(X-X_s)+b_1(Y-Y_s)+c_1(Z-Z_s)}{a_3(X-X_s)+b_3(Y-Y_s)+c_3(Z-Z_s)}$$

$$y=-f\frac{a_2(X-X_s)+b_2(Y-Y_s)+c_2(Z-Z_s)}{a_3(X-X_s)+b_3(Y-Y_s)+c_3(Z-Z_s)}$$

- 已知值： ***x0 , y0 , f , m, X, Y, Z*（控制点）**
- 观测值： x，y
- 待求：***Xs, Ys, Zs,*** $a_1a_2a_3\cdots c_3$ (由外方位角元素 φ , ω, κ 确定）

非线性函数模型，线性化

像片的外方位元素

线性化：按泰勒公式展开，取小值一次项

$$x=(x)+\frac{\partial x}{\partial X_s}dX_s+\frac{\partial x}{\partial Y_s}dY_s+\frac{\partial x}{\partial Z_s}dZ_s+\frac{\partial x}{\partial \varphi}d\varphi+\frac{\partial x}{\partial \omega}d\omega+\frac{\partial x}{\partial \kappa}d\kappa$$

$$y=(y)+\frac{\partial y}{\partial X_s}dX_s+\frac{\partial y}{\partial Y_s}dY_s+\frac{\partial y}{\partial Z_s}dZ_s+\frac{\partial y}{\partial \varphi}d\varphi+\frac{\partial y}{\partial \omega}d\omega+\frac{\partial y}{\partial \kappa}d\kappa$$

在竖直摄影的情况下，角元素都很小（<3度），各系数可简化为：

$$a_{11}=\frac{\partial x}{\partial X_s}=\frac{1}{\bar{Z}}(a_1 f+a_3 x)=-\frac{f}{H}$$

$$a_{12}=0 \quad a_{13}=-\frac{x}{H} \quad a_{14}=-f(1+\frac{x^2}{f^2}) \quad a_{15}=-\frac{xy}{f}$$

$$a_{16}=y \quad a_{21}=0 \quad a_{22}=-\frac{f}{H} \quad a_{23}=-\frac{y}{H}$$

$$a_{24}=-\frac{xy}{f} \quad a_{25}=-f(1+\frac{y^2}{f^2}) \quad a_{26}=-x$$

三、误差方程式和法方程式(通常在像片的四个角上选取四个地面控制点)

一个控制点可以列两个方程，至少要三个控制点解六个外方位元素，有多余观测用平差的方法计算

观测值：像点坐标

$$x+v_x=(x)+\frac{\partial x}{\partial X_s}dX_s+\frac{\partial x}{\partial Y_s}dY_s+\frac{\partial x}{\partial Z_s}dZ_s+\frac{\partial x}{\partial \varphi}d\varphi+\frac{\partial x}{\partial \omega}d\omega+\frac{\partial x}{\partial \kappa}d\kappa$$

$$y+v_y=(y)+\frac{\partial y}{\partial X_s}dX_s+\frac{\partial y}{\partial Y_s}dY_s+\frac{\partial y}{\partial Z_s}dZ_s+\frac{\partial y}{\partial \varphi}d\varphi+\frac{\partial y}{\partial \omega}d\omega+\frac{\partial y}{\partial \kappa}d\kappa$$

$$\left.\begin{aligned}v_x&=a_{11}dX_s+a_{12}dY_s+a_{13}dZ_s+a_{14}d\varphi+a_{15}d\omega+a_{16}d\kappa-l_x\\v_y&=a_{21}dX_s+a_{22}dY_s+a_{23}dZ_s+a_{24}d\varphi+a_{25}d\omega+a_{26}d\kappa-l_y\end{aligned}\right\}$$

$$l_x=x-(x)$$

$$l_y=y-(y)$$

N个点的误差方程式的矩阵形式：

间接平差：$V = AX - L$

$$V = \begin{bmatrix} v_x & v_y \end{bmatrix}^T \qquad A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} & a_{15} & a_{16} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} & a_{25} & a_{26} \end{bmatrix}$$

$$X = \begin{bmatrix} dX_s & dY_s & dZ_s & d\varphi & d\omega & d\kappa \end{bmatrix}^T \qquad L = \begin{bmatrix} l_x & l_y \end{bmatrix}^T$$

- 法方程式（最小二乘原理）

$$A^T PAX = A^T PL$$

P：像点观测值权阵(观测值量测的相对精度，视为等精度取$P = E$)

解得未知数：$X = (A^T A)^{-1} A^T L$

$$X = \left[dX_s \; dY_s \; dZ_s \; d\varphi \; d\omega \; d\kappa \right]^T$$

逐步趋近计算

怎样进行？

$$X_s = X_{s0} + dX_{s1} + dX_{s2} + \cdots$$

$$Y_s = Y_{s0} + dY_{s1} + dY_{s2} + \cdots$$

$$Z_s = Z_{s0} + dZ_{s1} + dZ_{s2} + \cdots$$

$$\varphi = \varphi_0 + d\varphi_1 + d\varphi_2 + \cdots$$

$$\omega = \omega_0 + d\omega_1 + d\omega_2 + \cdots$$

$$\kappa = \kappa_0 + d\kappa_1 + d\kappa_2 + \cdots$$

四、空间后方交会的解算过程

$$a_1 = \cos\phi\cos\kappa - \sin\phi\sin\omega\sin\kappa$$

$$\vdots$$

$$c_3 = \cos\phi\cos\omega$$

获取已知数据(像片比例尺、航高、内方位元素、控制点的物方坐标)

↓

量测控制点的像平面坐标系坐标 x_i, y_i

↓

确定未知数的初始值 $X_{s_0} = \frac{1}{4}\sum_{i=1}^{4} X_i, Y_{s_0} = \frac{1}{4}\sum_{i=1}^{4} Y_i, Z_{s_0} = mf, \varphi_0 = \omega_0 = \kappa_0 = 0$

↓

计算旋转矩阵R

↓

计算像点坐标的近似值**(x),(y)**

↓

组成误差方程式和法方程式: $V = AX - L \quad A^T PAX = A^T PL$

解求外方位元素 $X = (A^T A)^{-1} A^T L \quad X = [dX_s\ dY_s\ dZ_s\ d\varphi\ d\omega\ d\kappa]^T$

↓

改正数小于限差否?

是 → 结束

否 → 返回计算旋转矩阵R:

$$X_S = X_{S_0} + dX_S$$
$$Y_S = Y_{S_0} + dY_S$$
$$Z_S = Z_{S_0} + dZ_S$$
$$\varphi = \varphi_0 + d\varphi$$
$$\omega = \omega_0 + d\omega$$
$$\kappa = \kappa_0 + d\kappa$$

五、空间后方交会的精度

未知数的协因数阵： $Q_{XX}=(A^TA)^{-1}$

未知数的中误差： $m_i=m_0\bullet\sqrt{Q_{XX}^{ii}}$ $m_0=\pm\sqrt{\frac{[VV]}{2n-6}}$

六、空间后方交会的不定性：控制点不能位于同一个圆柱面上，否则解不唯一

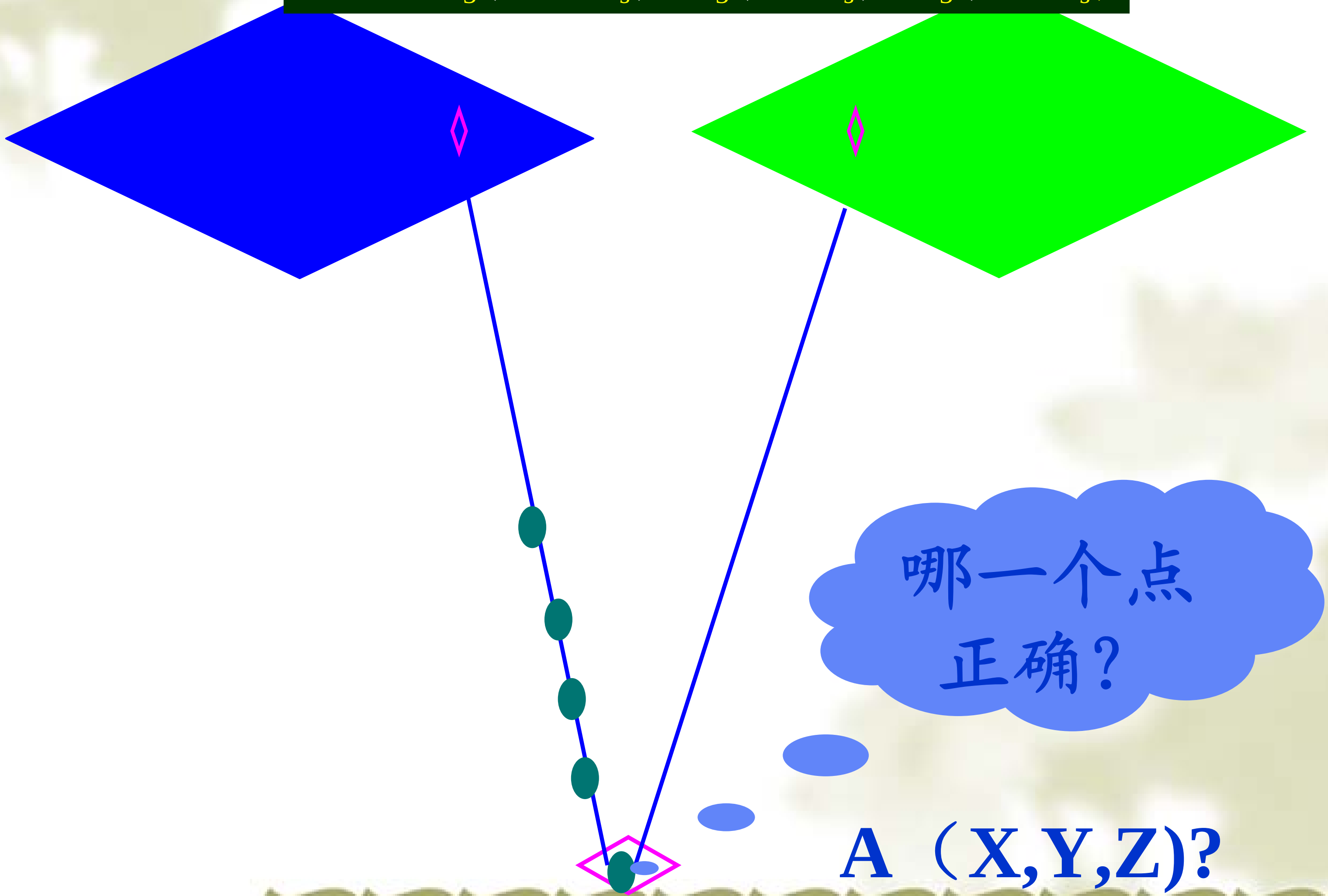
后方交会 $\longrightarrow$ 像片的外方位元素 $\longrightarrow$

解求相应地面点的坐标

一张像片？

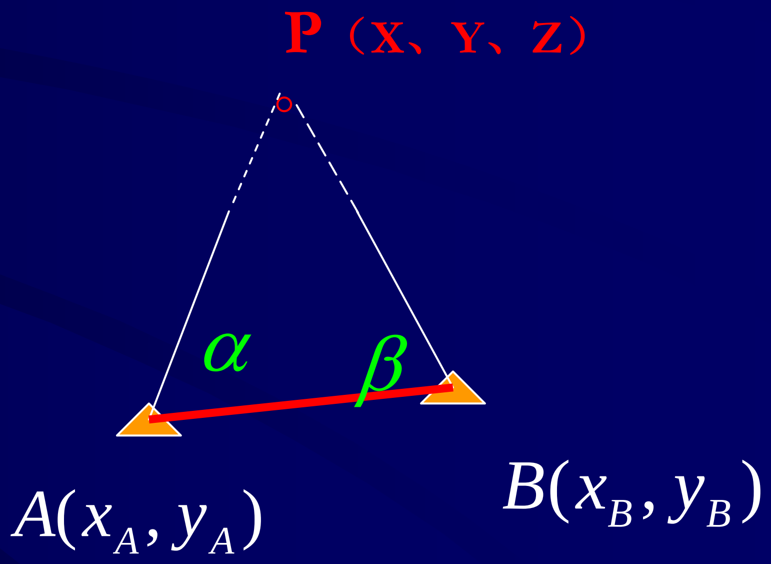
$$x = -f\frac{a_1(X - X_s) + b_1(Y - Y_s) + c_1(Z - Z_s)}{a_3(X - X_s) + b_3(Y - Y_s) + c_3(Z - Z_s)}$$

$$y = -f\frac{a_2(X - X_s) + b_2(Y - Y_s) + c_2(Z - Z_s)}{a_3(X - X_s) + b_3(Y - Y_s) + c_3(Z - Z_s)}$$



$$x_P = \frac{x_A ctg\beta + x_B ctg\alpha - y_A + y_B}{ctg\alpha + ctg\beta}$$

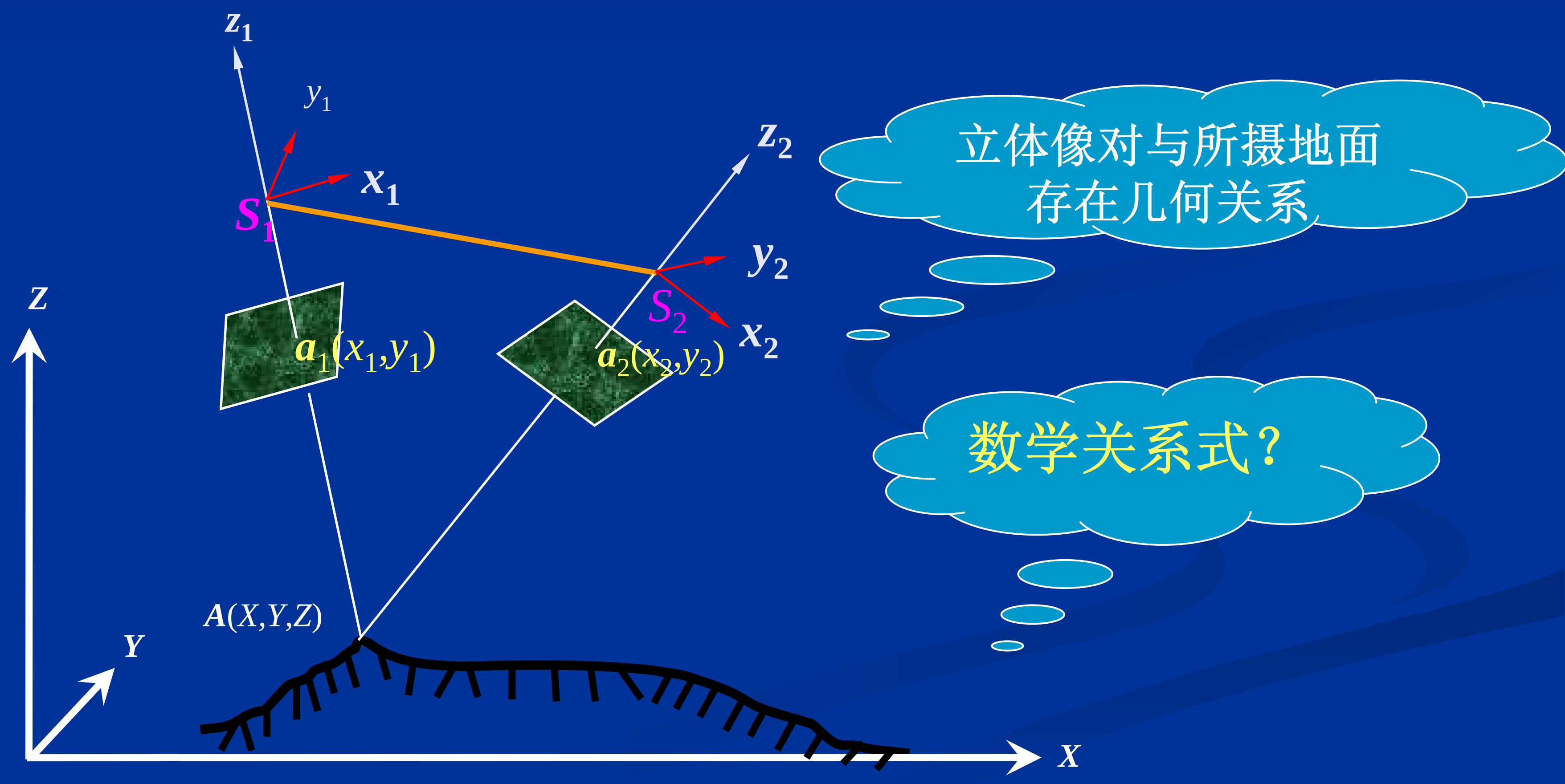
$$y_P = \frac{y_A ctg\beta + y_B ctg\alpha + x_A - x_B}{ctg\alpha + ctg\beta}$$



几何关系

§5—3 立体像对的前方交会

一、前方交会的定义：由立体像对中两张像片的内、外方位元素和像点坐标确定相应地面点的地面坐标的方法



二、基本关系式：

为导出数学表达式，需要建立适当的像空间辅助坐标系：

- 过渡性坐标系

建立的像空间辅助坐标系要方便实现由像方向物方的转换

坐标系怎样建？

- 左片像空间辅助坐标系 $S_1-u_1v_1w_1$ 与地面摄影测量坐标系 $D-XYZ$ 相应轴平行
- 右片像空间辅助坐标系 $S_2-u_2v_2w_2$ 与地面摄影测量坐标系 $D-XYZ$ 相应轴平行

方便实现由像方向物方的转换？

$$\begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ -f \end{bmatrix} = R \begin{bmatrix} x \\ y \\ -f \end{bmatrix}$$

后方交会 $\longrightarrow$ 外方位元素

像空间坐标系转换到像空间辅助坐标系

$$\begin{bmatrix} u_1 \\ v_1 \\ w_1 \end{bmatrix} = R_1 \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ -f \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} u_2 \\ v_2 \\ w_2 \end{bmatrix} = R_2 \begin{bmatrix} x_2 \\ y_2 \\ -f \end{bmatrix}$$

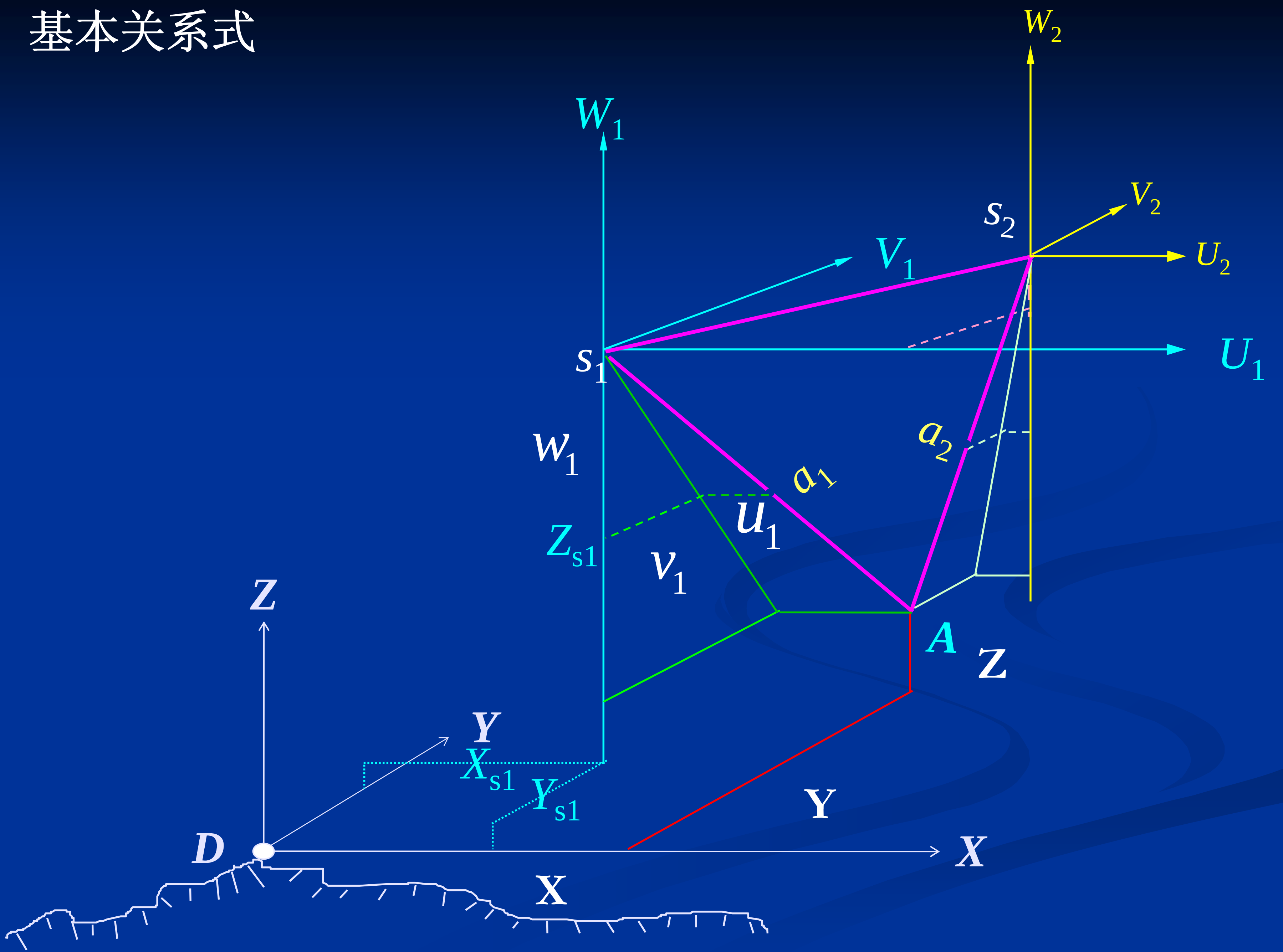
坐标平移

$\downarrow$

转换到地面摄影测量坐标系

$$a_1 = \cos\phi\cos\kappa - \sin\phi\sin\omega\sin\kappa\cdots$$

基本关系式

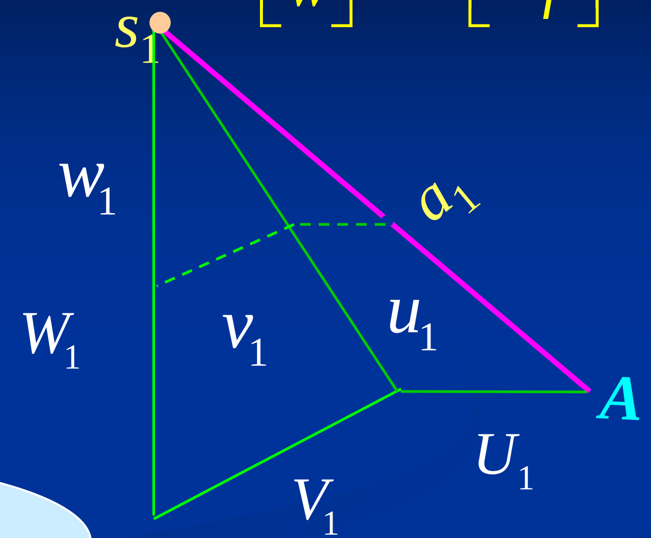


同名光线投影

$$\begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix} = R \begin{bmatrix} x \\ y \\ -f \end{bmatrix}$$

$$\frac{S_1A}{S_1a_1} = \frac{U_1}{u_1} = \frac{V_1}{v_1} = \frac{W_1}{w_1} = N_1$$

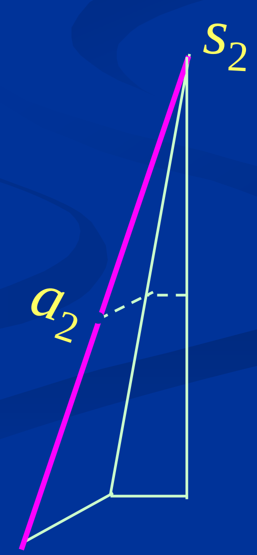
$$\frac{S_2A}{S_2a_2} = \frac{U_2}{u_2} = \frac{V_2}{v_2} = \frac{W_2}{w_2} = N_2$$



模型点在左像空间辅助坐标系坐标

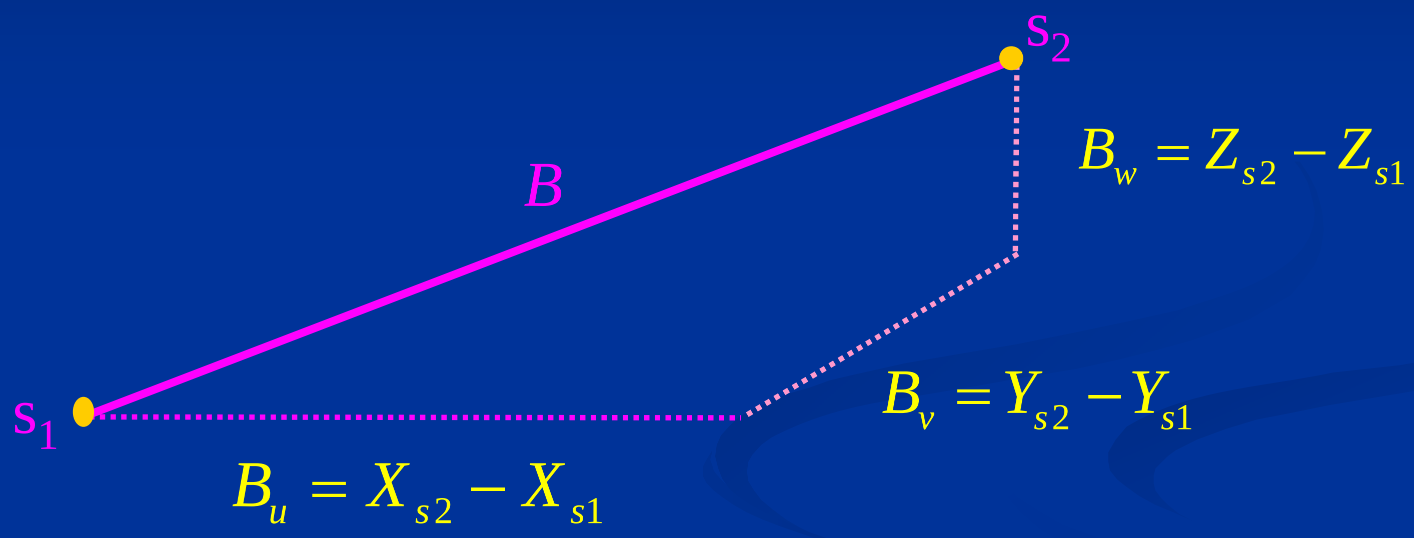
像点在左像空间辅助坐标系坐标

$$\begin{bmatrix} U_1 \\ V_1 \\ W_1 \end{bmatrix} = N_1 \begin{bmatrix} u_1 \\ v_1 \\ w_1 \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} U_2 \\ V_2 \\ W_2 \end{bmatrix} = N_2 \begin{bmatrix} u_2 \\ v_2 \\ w_2 \end{bmatrix}$$



N_1、N_2　左、右像点投影系数

摄影基线



像空间辅助坐标系平行于地面摄影测量坐标系（进行坐标平移 即可实现两坐标系间的变换）则：

$$X_A = X_{S1} + U_1 = X_{S2} + U_2$$
$$Y_A = Y_{S1} + V_1 = Y_{S2} + V_2$$
$$Z_A = Z_{S1} + W_1 = Z_{S2} + W_2$$

怎样解 N_1、N_2？

$$X = X_{S1} + N_1 u_1 = X_{S2} + N_2 u_2 \quad (1)$$
$$Y = Y_{S1} + N_1 v_1 = Y_{S2} + N_2 v_2 \quad (2)$$
$$Z = Z_{S1} + N_1 w_1 = Z_{S2} + N_2 w_2 \quad (3)$$

基线分量
$$\left.\begin{aligned} B_u &= X_{s2} - X_{s1} \\ B_v &= Y_{s2} - Y_{s1} \\ B_w &= Z_{s2} - Z_{s1} \end{aligned}\right\}$$

（1）、（3）式联立解得

$$N_1 = \frac{B_u w_2 - B_w u_2}{u_1 w_2 - u_2 w_1}$$
$$N_2 = \frac{B_u w_1 - B_w u_1}{u_1 w_2 - u_2 w_1}$$

地面点的坐标（Y坐标取均值）

$$X_A = X_{S1} + N_1 u_1 = X_{S2} + N_2 u_2$$

$$Y_A = \frac{1}{2}[(Y_{S1} + N_1 v_1) + (Y_{S2} + N_2 v_2)]$$

$$Z_A = Z_{S1} + N_1 u_1 = Z_{S2} + N_2 w_2$$

小结空间前方交会计算步骤：

✓由各像片的角元素计算各像片的旋转矩阵**R1、R2**

✓计算摄影基线分量 B_u、B_v、B_w

✓逐点计算像点的像空间辅助坐标

$$\begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ -f \end{bmatrix} = R \begin{bmatrix} x \\ y \\ -f \end{bmatrix}$$

✓计算点的投影系数**N1、N2**

$$N_1 = \frac{B_u w_2 - B_w u_2}{u_1 w_2 - u_2 w_1}$$

$$N_2 = \frac{B_u w_1 - B_w u_1}{u_1 w_2 - u_2 w_1}$$

✓计算待定点的地面摄影测量坐标

$$X_A = X_{S1} + N_1 u_1 = X_{S2} + N_2 u_2$$

$$Y_A = \frac{1}{2}[(Y_{S1} + N_1 v_1) + (Y_{S2} + N_2 v_2)]$$

$$Z_A = Z_{S1} + N_1 u_1 = Z_{S2} + N_2 w_2$$

严密解法

$$x = -f\frac{a_1(X-X_s)+b_1(Y-Y_s)+c_1(Z-Z_s)}{a_3(X-X_s)+b_3(Y-Y_s)+c_3(Z-Z_s)}$$

$$y = -f\frac{a_2(X-X_s)+b_2(Y-Y_s)+c_2(Z-Z_s)}{a_3(X-X_s)+b_3(Y-Y_s)+c_3(Z-Z_s)}$$

- ✓已知值 ***x0 , y0 , f , m , Xs, Ys, Zs, φ, ω, κ***
- ✓观测值 ***x,y***
- ✓未知数 ***X, Y, Z***
- ✓泰勒级数展开

$$v_x = \frac{\partial x}{\partial X}\Delta X + \frac{\partial x}{\partial Y}\Delta Y + \frac{\partial x}{\partial Z}\Delta Z + (x) - x$$

$$v_y = \frac{\partial y}{\partial X}\Delta X + \frac{\partial y}{\partial Y}\Delta Y + \frac{\partial y}{\partial Z}\Delta Z + (y) - y$$

$$V = \begin{bmatrix} -a_{11} & -a_{12} & -a_{13} \\ -a_{21} & -a_{22} & -a_{23} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta X \\ \Delta Y \\ \Delta Z \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} x - (x) \\ y - (y) \end{bmatrix}$$

三、双像解析的空间后方交会——前方交会解法

一个立体像对

单张像片空间后方交会：

左片 X_{S_1}、Y_{S_1}、Z_{S_1}、φ_1、ω_1、κ_1

右片 X_{S_2}、Y_{S_2}、Z_{S_2}、φ_2、ω_2、κ_2

立体像对前方交会

$$\begin{bmatrix} u_1 \\ v_1 \\ w_1 \end{bmatrix} = R_1 \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ -f \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} u_2 \\ v_2 \\ w_2 \end{bmatrix} = R_2 \begin{bmatrix} x_2 \\ y_2 \\ -f \end{bmatrix}$$

$$N_1 = \frac{B_u w_2 - B_w u_2}{u_1 w_2 - u_2 w_1}$$

$$N_2 = \frac{B_u w_1 - B_w u_1}{u_1 w_2 - u_2 w_1}$$

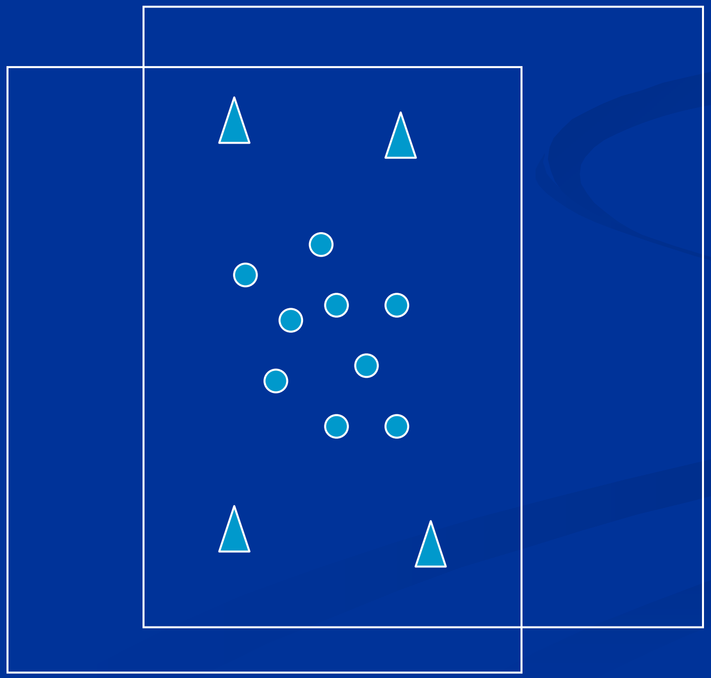
$$X_A = X_{S1} + N_1 u_1 = X_{S2} + N_2 u_2$$

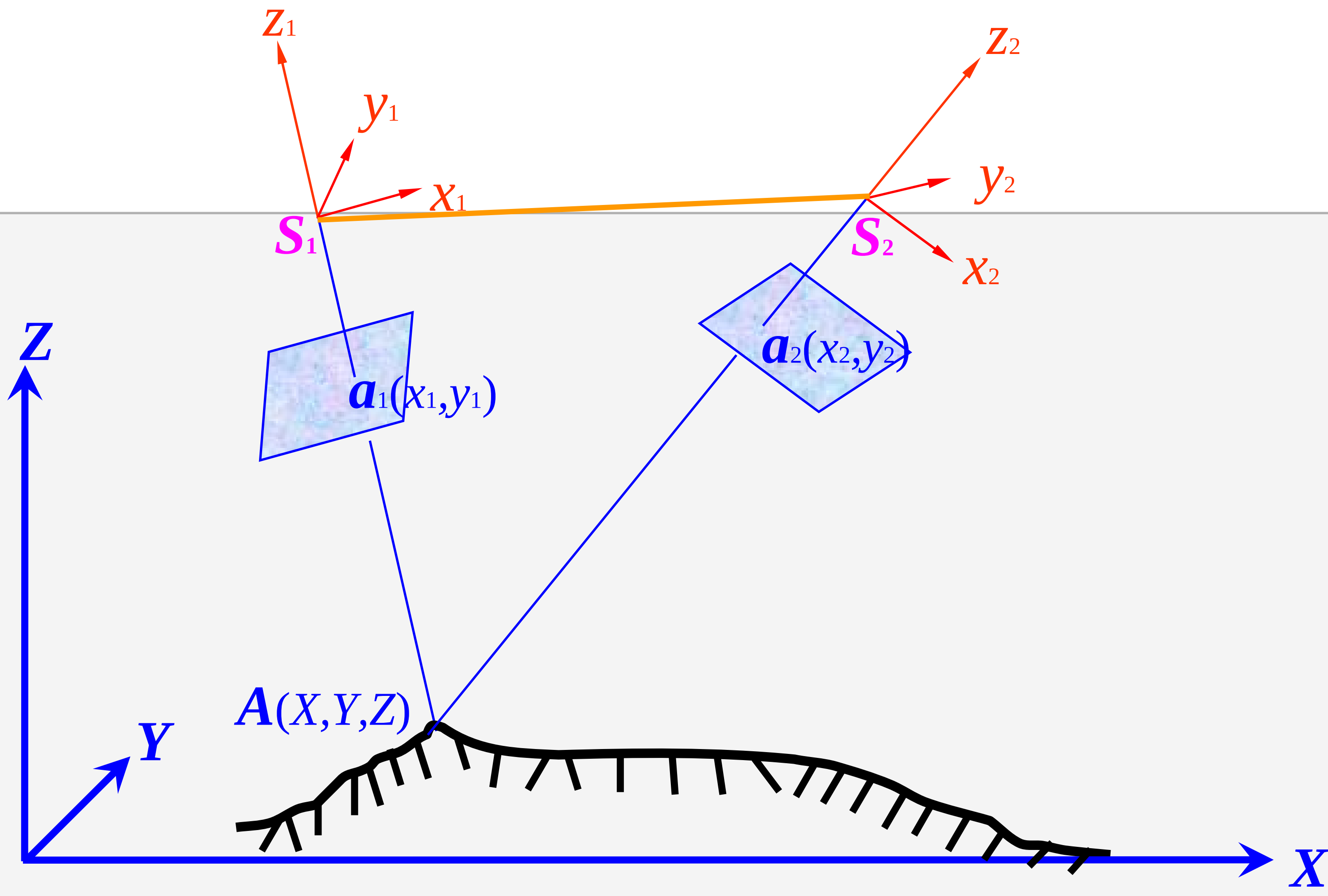
$$Y_A = \frac{1}{2}[(Y_{S1} + N_1 v_1) + (Y_{S2} + N_2 v_2)]$$

$$Z_A = Z_{S1} + N_1 u_1 = Z_{S2} + N_2 w_2$$

三、双像解析的空间后方交会——前方交会解法

- 一、野外像片控制测量
- 二、量测像点坐标 $\begin{cases}\text{控制点}\\\text{待定点}\end{cases}$
- 三、空间后方交会 ⟶ 两张像片的外方位元素
- 四、空间前方交会 ⟶ 待定点（加密点）的地面坐标



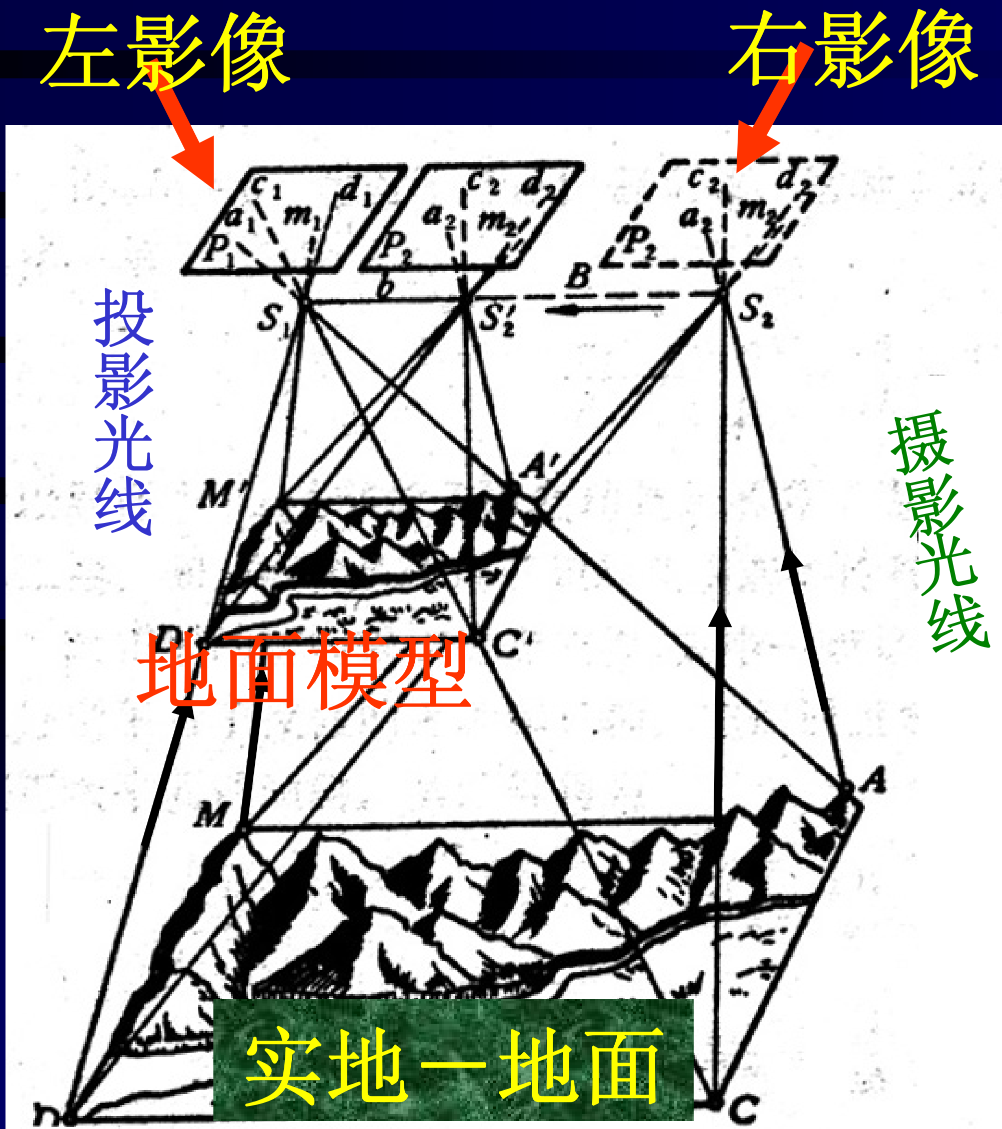


描述立体像对中两张像片相对位置和姿态的参数

X_{S_1}、Y_{S_1}、Z_{S_1}、φ_1、ω_1、κ_1

X_{S_2}、Y_{S_2}、Z_{S_2}、φ_2、ω_2、κ_2

摄影过程的“反转”－－由“摄影”——→ “投影”



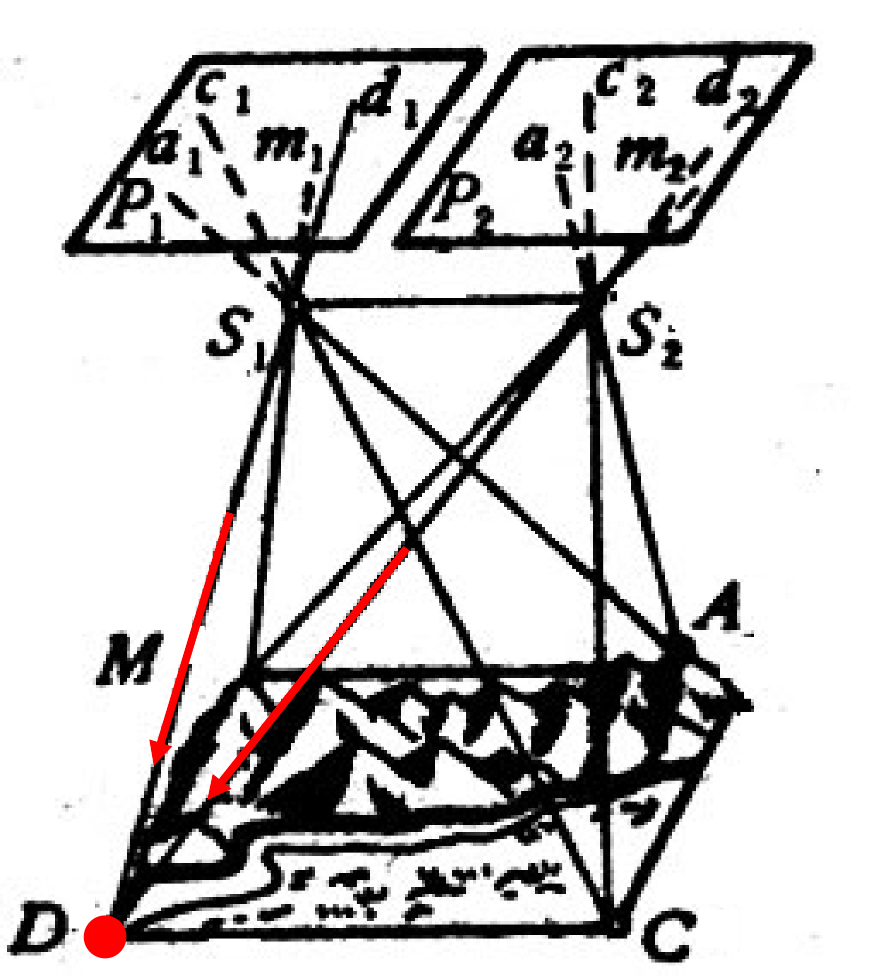
建立“空间几何立体模型”

光线在空间
对对相交

如何
确定两张影像的
相对位置？

相对定向

确定两张影像的
相对位置

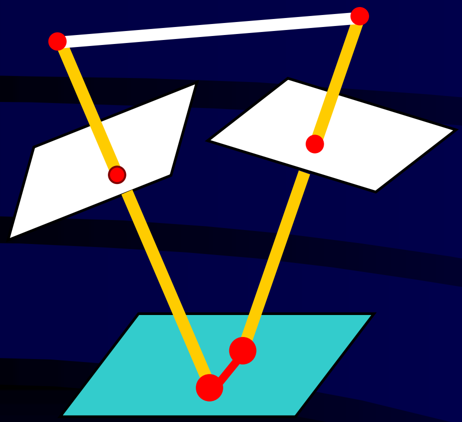


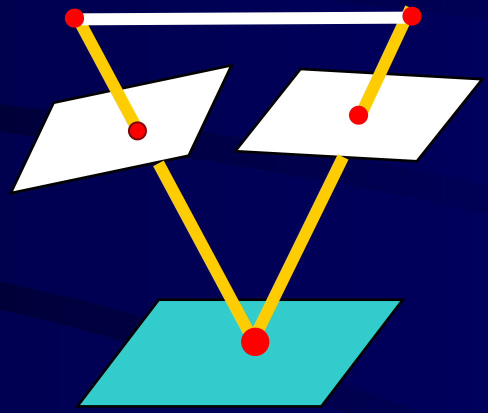
相对定向的过程

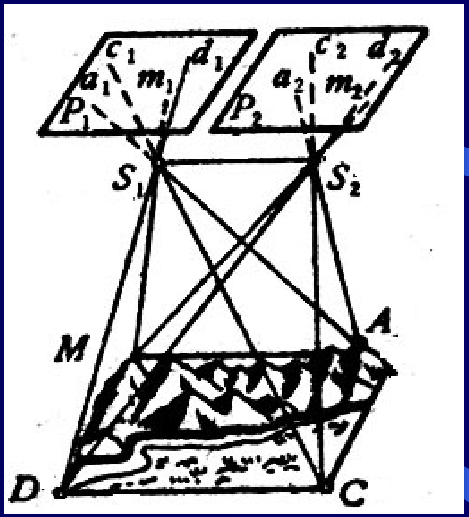
初始状态

中间状态

最终状态







投影光线不相交
—交叉

改变立体像片对的相对位置，使光线相交

所有光线
对对相交

§5－4　立体像对的解析法相对定向

- 用立体像对确定地面点坐标的另一途径：
- 　先恢复两张像片的相对位置和姿态（相对定向）建立起立体模型 ⟶ 再恢复立体模型 的绝对方位（绝对定向）

一、解析法相对定向：通过计算相对定向元素建立地面立体模型

目的：恢复两张像片的相对位置和姿态，使同名光线对对相交

相对定向元素：确定立体像对中两张像片相对位置和姿态关系的参数

怎样描述相对方位？以两像片各自相对于选定的同一像空间辅助坐标系的关系来讨论两像片的相对方位

"相对方位元素"：像片在像空间辅助坐标系的

✓位置：X_S、Y_S、Z_S

✓姿态：φ、ω、κ

像空间辅助坐标系有不同的定义方法

➢**1、连续像对相对定向元素：**以左片为基准，右片相对于左片的相对方位元素

$S_1-u_1v_1w_1$ 左片的像空间坐标系

- 像空间辅助坐标系的选取：

$S_2-u_2v_2w_2$ 与 $S_1-u_1v_1w_1$ 相应坐标轴平行

左、右片相对方位元素

左像片

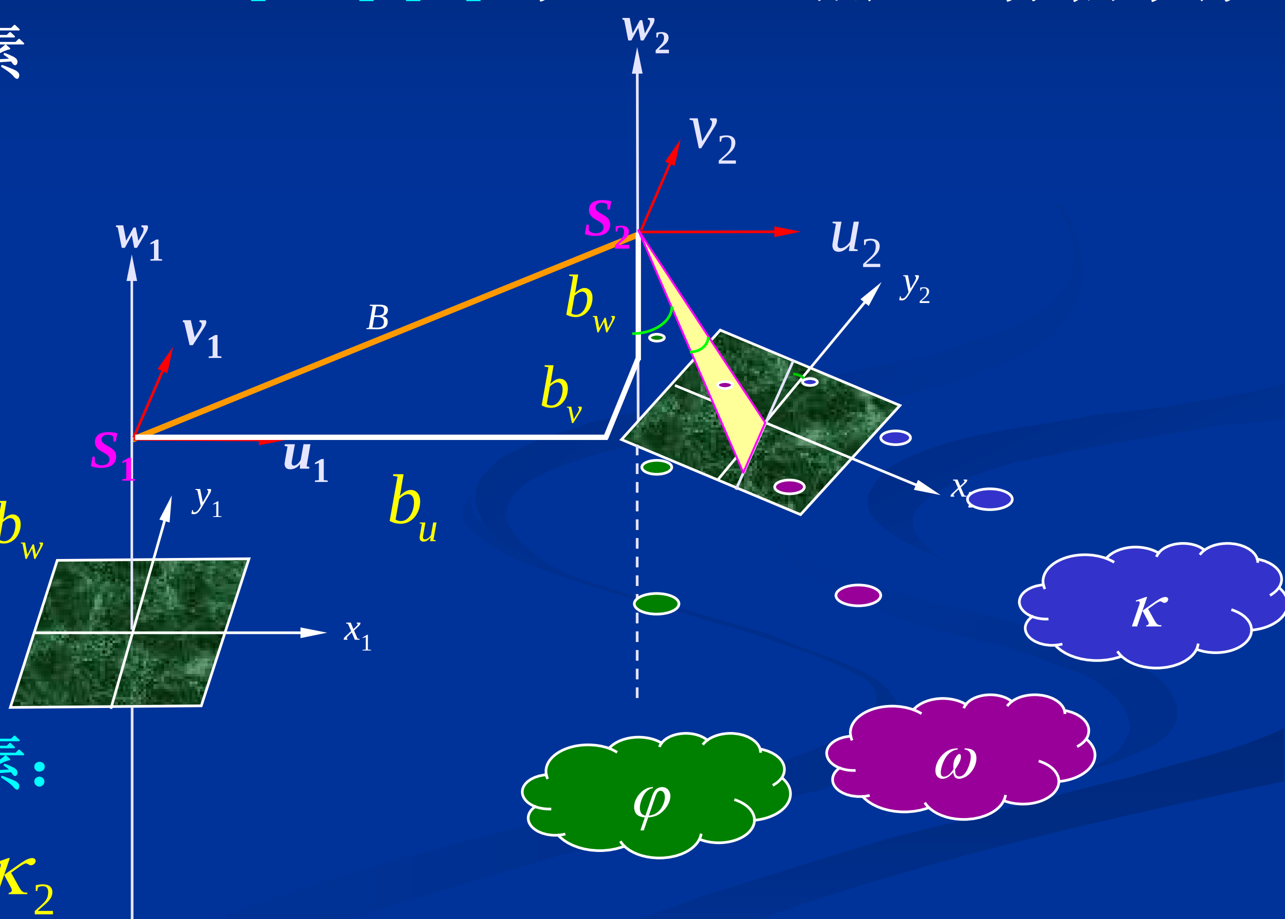
$X_{S1}=0, Y_{S1}=0, Z_{S1}=0$

$\varphi_1=0, \omega_1=0, \kappa_1=0$

右像片

$X_{S2}=b_u, Y_{S2}=b_v, Z_{S2}=b_w$

$\varphi_2, \omega_2, \kappa_2$



连续像对相对定向元素：

b_v、b_w、φ_2、ω_2、κ_2

b_u 只影响模型的大小，可以任意给定

➢ 2、单独像对相对定向元素：

像空间辅助坐标系 $S_1-u_1v_1w_1$ 的选取：

u轴：摄影基线

v轴：垂直于左片的主核面　　　w轴：在左片的主核面内

左、右片相对方位元素

左像片

$$X_{S1}=0, Y_{S1}=0, Z_{S1}=0$$

$$\varphi_1, \omega_1=0, \kappa_1$$

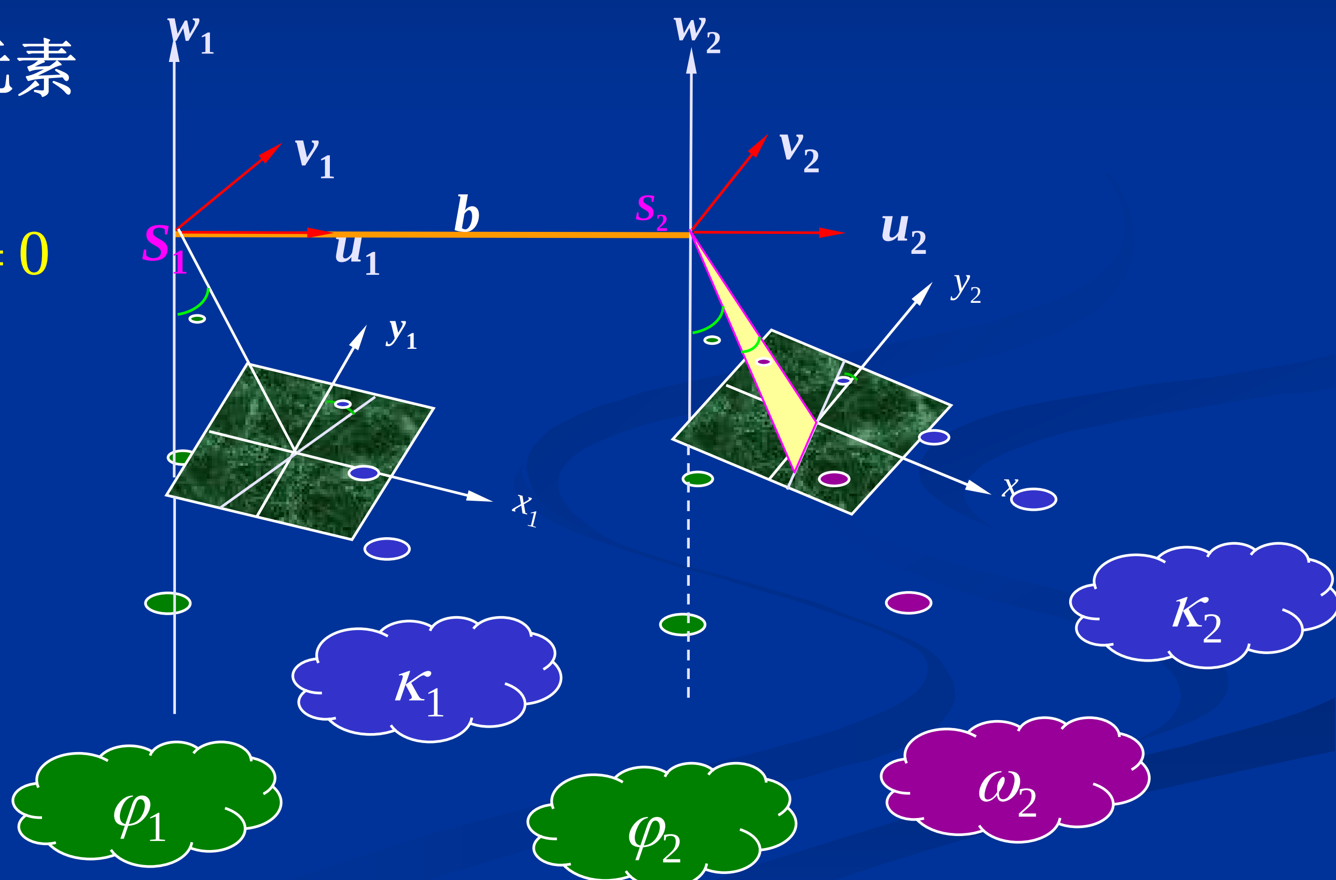
右像片

$$X_{S2}=b_u=b,$$

$$Y_{S2}=b_v=0,$$

$$Z_{S2}=b_w=0$$

$$\varphi_2, \omega_2, \kappa_2$$

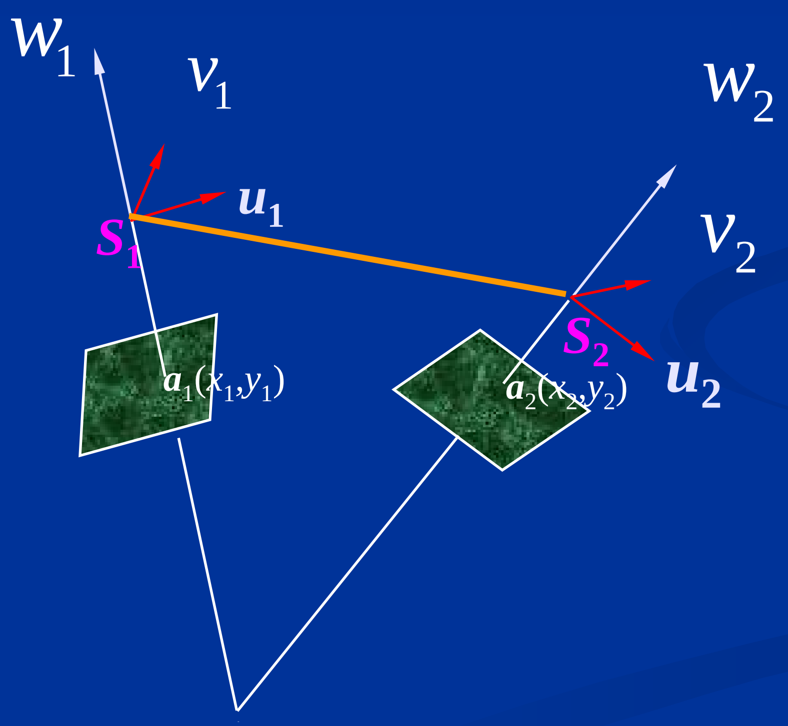


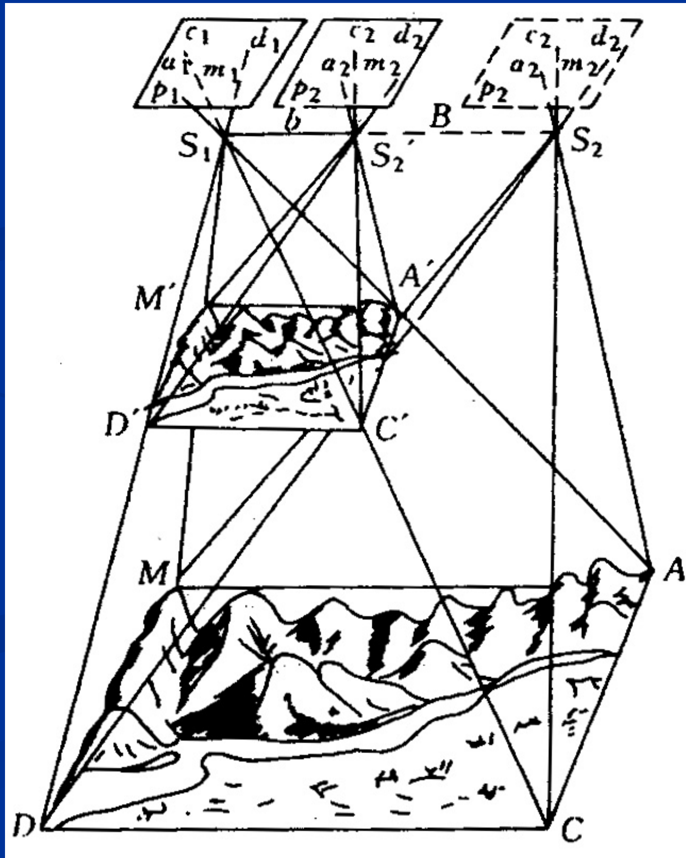
单独像对相对定向元素：　φ_1、κ_1、φ_2、ω_2、κ_2

相对定向

- 目的：建立地面立体模型
- 恢复两张像片的相对位置和姿态
- 同名光线对对相交

解析法相对定向：通过计算相对定向元素建立地面立体模型

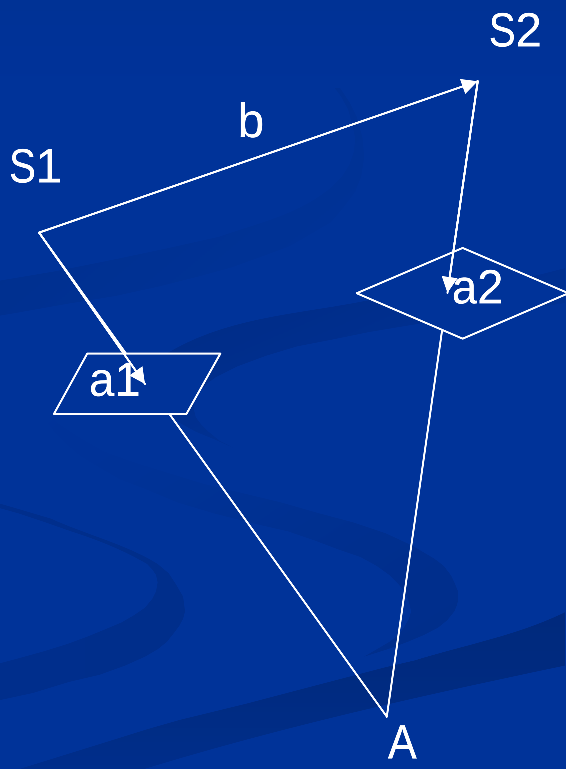




- 二、解析法相对定向原理
- ✓ 解求相对定向元素，建立立体模型
- ✓ 特征：恢复两张像片的相对位置，同名射线对对相交

数学模型描述：同名射线对对相交

数学描述：三射线共面 $\overrightarrow{S_1S_2}$、$\overrightarrow{S_1a_1}$、$\overrightarrow{S_2a_2}$



三矢量共面，混合积为零

$$\overrightarrow{S_1S_2} \bullet (\overrightarrow{S_1a_1} \times \overrightarrow{S_2a_2}) = 0$$

共面条件方程式

连续法解析相对定向原理

连续像对法相对定向元素

b_v、b_w、φ_2、ω_2、κ_2

$$\overrightarrow{S_1S_2} \bullet (\overrightarrow{S_1a_1} \times \overrightarrow{S_2a_2}) = 0$$

b_u 只影响模型比例尺

b_v b_w？ 待 求

共面条件方程坐标式

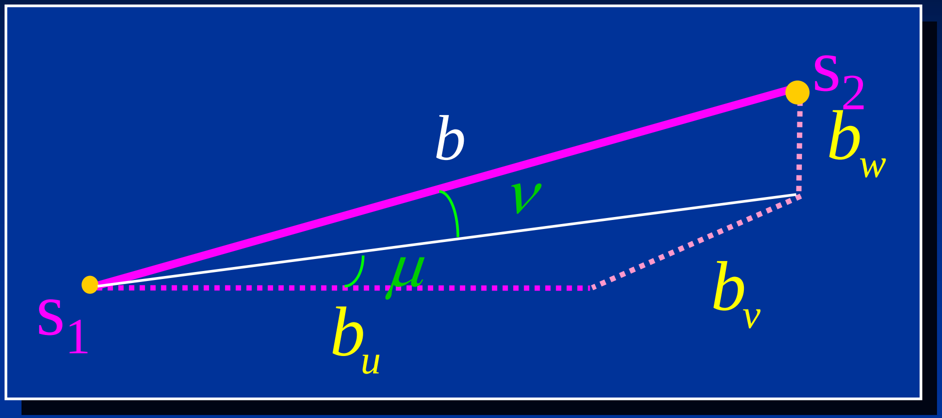
$$\begin{vmatrix} b_u & b_v & b_w \\ u_1 & v_1 & w_1 \\ u_2 & v_2 & w_2 \end{vmatrix} = 0$$

$\varphi_2, \omega_2, \kappa_2$ 的函数

$$\begin{bmatrix} u_1 \\ v_1 \\ w_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ -f \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} u_2 \\ v_2 \\ w_2 \end{bmatrix} = \mathbf{R}_2 \begin{bmatrix} x_2 \\ y_2 \\ -f \end{bmatrix}$$

都化为角度形式：



$$b_v = b_u \cdot \tan\mu \approx b_u \cdot \mu$$

$$b_w = \frac{b_u}{\cos\mu} \cdot \tan\gamma \approx b_u \cdot \gamma$$

$$\begin{vmatrix} b_u & b_v & b_w \\ u_1 & v_1 & w_1 \\ u_2 & v_2 & w_2 \end{vmatrix} = 0$$

$$F = b_u \begin{vmatrix} 1 & \mu & \gamma \\ u_1 & v_1 & w_1 \\ u_2 & v_2 & w_2 \end{vmatrix} = 0$$

非线性函数，线性化，按泰勒级数展开，取小值一次项

$$F = F_0 + \frac{\partial F}{\partial \mu} d\mu + \frac{\partial F}{\partial \gamma} d\gamma + \frac{\partial F}{\partial \varphi_2} d\varphi_2 + \frac{\partial F}{\partial \omega_2} d\omega_2 + \frac{\partial F}{\partial \kappa_2} d\kappa_2 = 0$$

F_0 :相对定向元素的近似值及给定的b_u带入得到的函数F的近似值

$d\mu$、$d\gamma$、$d\varphi_2$、$d\omega_2$、$d\kappa_2$：相对定向元素近似值的改正数

$\frac{\partial F}{\partial \mu} \cdots \frac{\partial F}{\partial \kappa_2}$：偏导数，系数

为简便计算，做一些近似（线性化过程仅考虑一次小值项）：

$$\begin{bmatrix} u_2 \\ v_2 \\ w_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -\kappa_2 & -\varphi_2 \\ \kappa_2 & 1 & -\omega_2 \\ \varphi_2 & \omega_2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_2 \\ y_2 \\ -f \end{bmatrix}$$

$$\frac{\partial}{\partial \varphi_2} \begin{bmatrix} u_2 \\ v_2 \\ w_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_2 \\ y_2 \\ -f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f \\ 0 \\ x_2 \end{bmatrix}$$

$$\frac{\partial F}{\partial \varphi_2} = b_u \begin{vmatrix} 1 & \mu & \gamma \\ u_1 & v_1 & w_1 \\ \dfrac{\partial u_2}{\partial \varphi_2} & \dfrac{\partial v_2}{\partial \varphi_2} & \dfrac{\partial w_2}{\partial \varphi_2} \end{vmatrix} = b_u \begin{vmatrix} 1 & \mu & \gamma \\ u_1 & v_1 & w_1 \\ f & 0 & x_2 \end{vmatrix}$$

系数项（偏倒数）带入

$$b_u\begin{vmatrix}1 & \mu & \gamma\\ u_1 & v_1 & w_1\\ f & 0 & x_2\end{vmatrix}d\varphi_2+b_u\begin{vmatrix}1 & \mu & \gamma\\ u_1 & v_1 & w_1\\ 0 & f & y_2\end{vmatrix}d\omega_2+b_u\begin{vmatrix}1 & \mu & \gamma\\ u_1 & v_1 & w_1\\ -y_2 & x_2 & 0\end{vmatrix}d\kappa_2$$

$$+b_u\begin{vmatrix}w_1 & u_1\\ w_2 & u_2\end{vmatrix}d\mu+b_x\begin{vmatrix}u_1 & v_1\\ u_2 & v_2\end{vmatrix}d\gamma+F_0=0$$

略去二次小项，等式两边除以b_u，整理得

$$v_1x_2d\varphi_2+(v_1y_2-w_1f)d\omega_2-x_2w_1d\kappa_2+(w_1u_2-u_1w_2)d\mu$$

$$+(u_1v_2-u_2v_1)d\gamma+\frac{F_0}{b_u}=0$$

x_2、y_2可用u_2、v_2取代

- 做近似

$$v_1 = v_2,\; w_1 = w_2$$

$$w_1 u_2 - u_1 w_2 = -\frac{b_u}{N_2} w_1$$

$$u_1 v_2 - u_2 v_1 = \frac{b_u}{N_2} v_1$$

令 $Q = \dfrac{F_0 N_2}{b_u w_1}$

- 整理得

$$Q = -\frac{u_2 v_2}{w_2} N_2 d\varphi_2 - \left(w_2 + \frac{v_2^{\,2}}{w_2}\right) N_2 d\omega_2 + u_2 N_2 d\kappa_2 + b_u d\mu - \frac{v_2}{w_2} b_u d\gamma$$

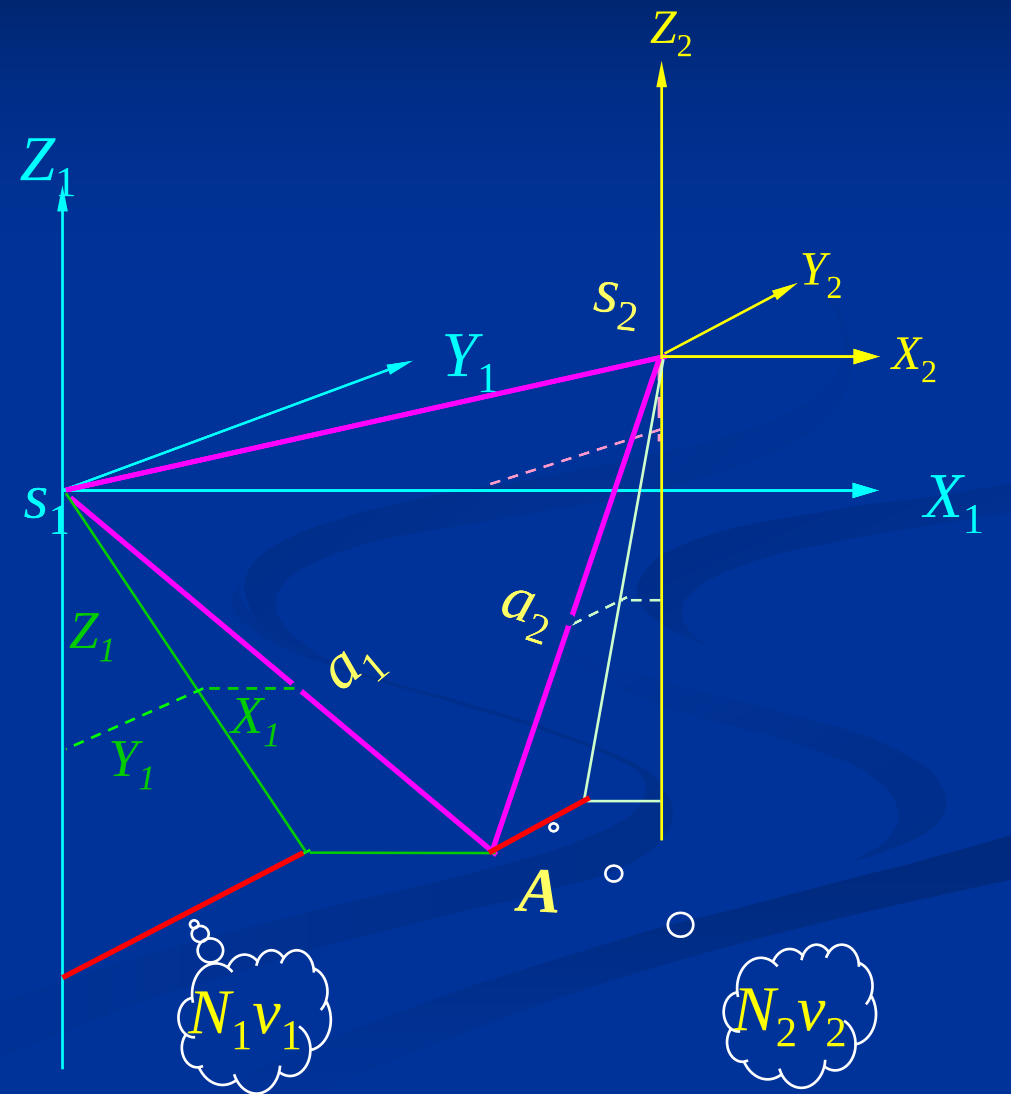
$$Q == \frac{F_0 N_2}{b_u w_1} = \frac{b_u w_2 - b_w u_2}{u_1 w_2 - u_2 w_1} v_1 - \frac{b_u w_1 - b_w u_1}{u_1 w_2 - u_2 w_1} v_2 - b_v = N_1 v_1 - N_2 v_2 - b_v$$

常数项的几何意义

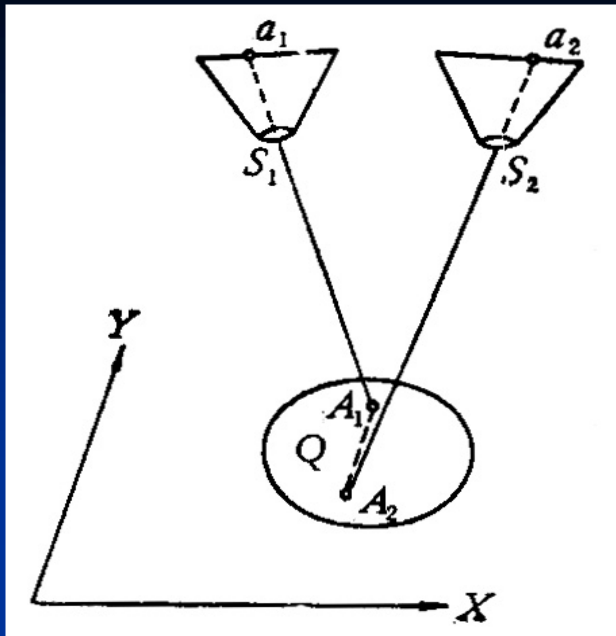
Q为定向点上模型上下视差

当一个立体像对完成相对定向，Q=0

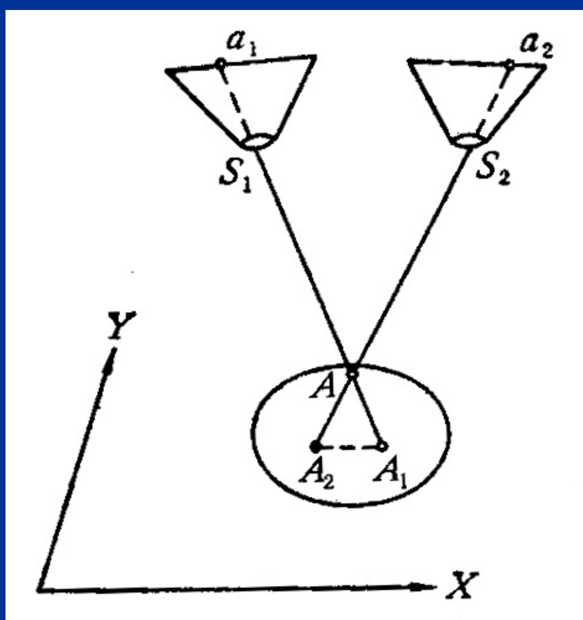
当一个立体像对未完成相对定向，即同名光线不相交，Q≠0

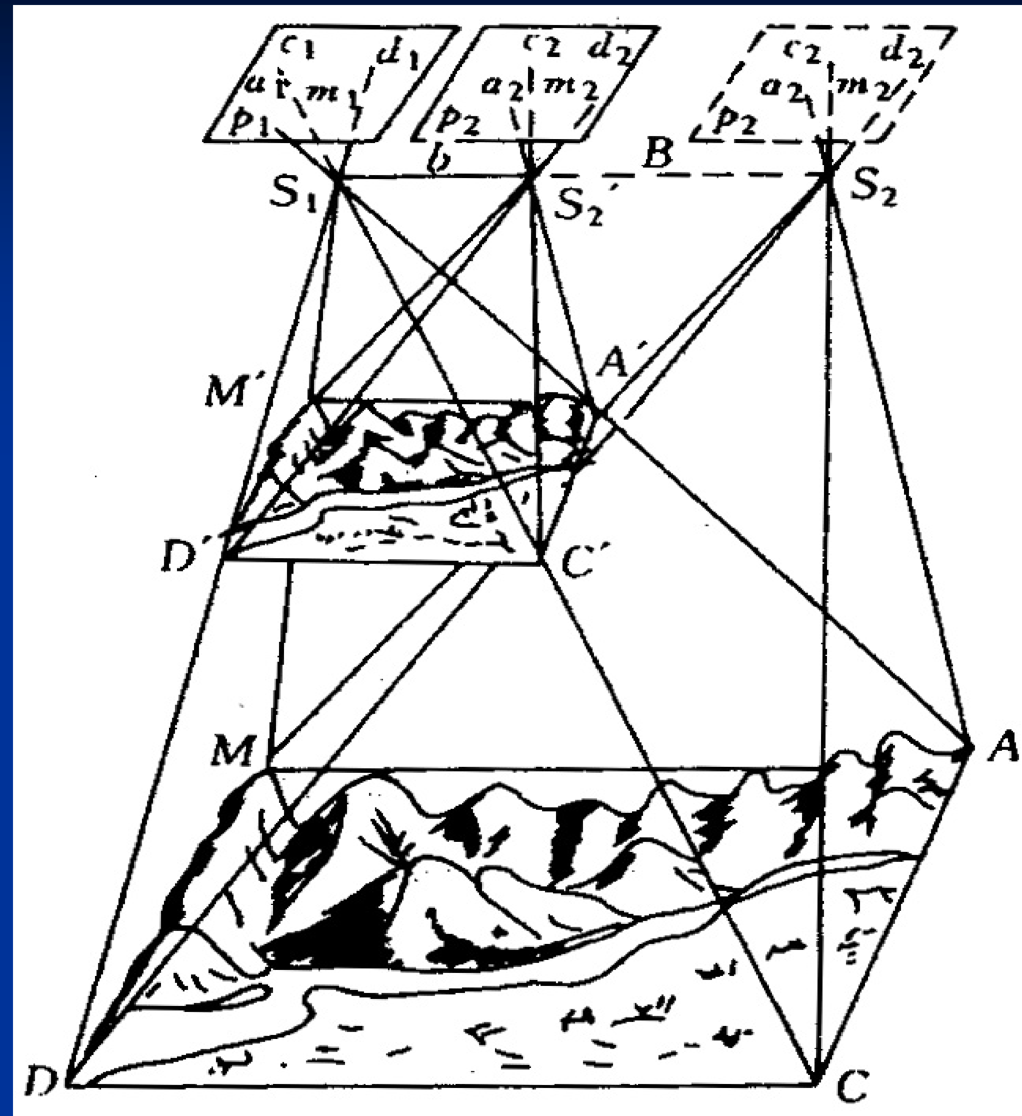


同名光线不相交



同名光线对对相交





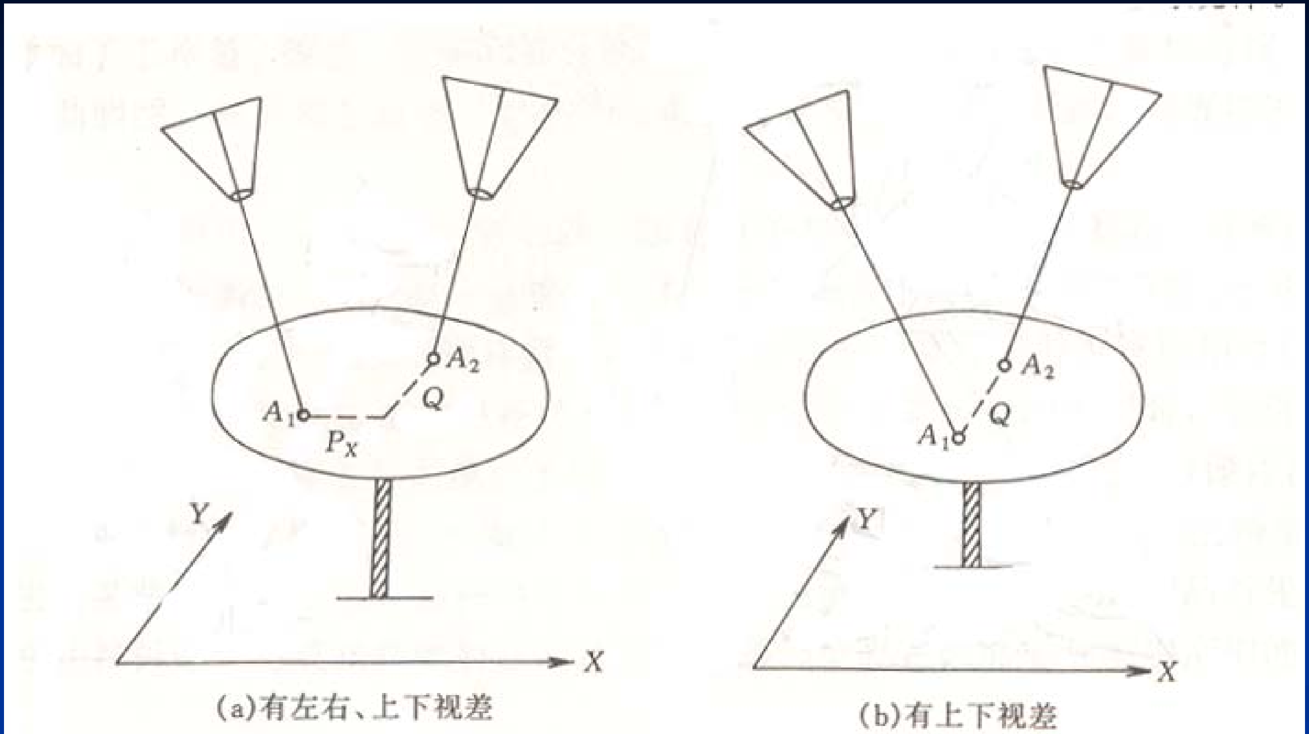


图 4-3 同名光线不相交

相对定向完成 → 建立像对的立体几何模型 ← 同名光线对对相交

相对定向元素

模型点上下视差为0

视Q为观测值，列误差方程：

$$\mathrm{v}_Q = -\frac{u_2 v_2}{w_2} N_2 d\varphi_2 - \left(w_2 + \frac{v_2^{\ 2}}{w_2}\right) N_2 d\omega_2 + u_2 N_2 d\kappa_2 + b_u d\mu - \frac{v_2}{w_2} b_u d\gamma - Q$$

$$V = AX - l \quad V = \begin{bmatrix} a & b & c & d & e \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d\varphi_2 \\ d\omega_2 \\ d\kappa_2 \\ d\mu \\ d\gamma \end{bmatrix} - l \qquad V = \begin{bmatrix} V_{Q_1} & V_{Q_2} & \cdots & V_{Q_n} \end{bmatrix}^T$$

$$A = \begin{bmatrix} a_1 & b_1 & c_1 & d_1 & e_1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_n & b_n & c_n & d_n & e_n \end{bmatrix} \quad X = \begin{bmatrix} d\varphi_2 & d\omega_2 & d\kappa_2 & d\mu & d\gamma \end{bmatrix}^T \quad L = \begin{bmatrix} l_1 & l_2 & \cdots & l_n \end{bmatrix}^T$$

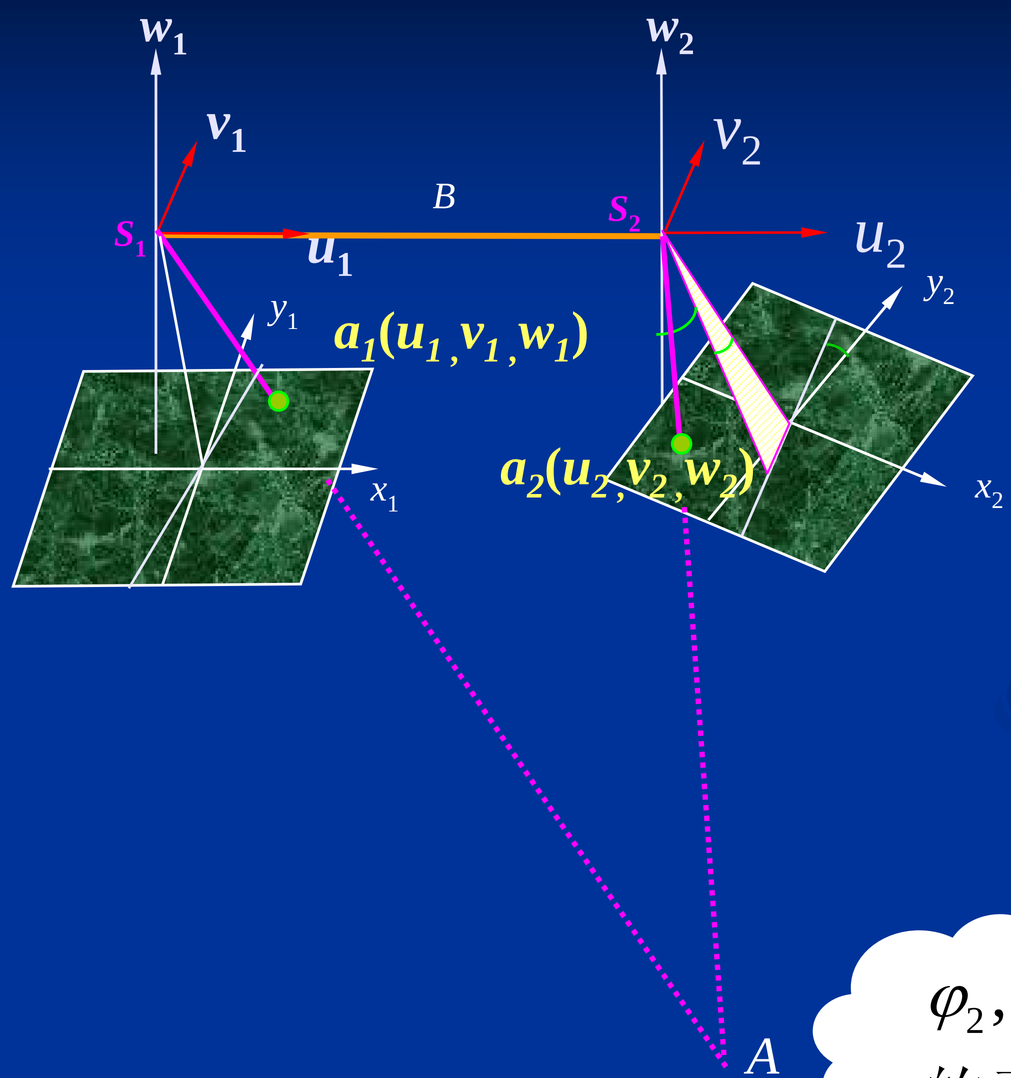
法方程

$$(A^T PA)X = A^T PL$$

$$X = (A^T A)^{-1} A^T L$$

迭代运算

单独法解析相对定向原理



φ_1、 κ_1
的函数

$$\begin{bmatrix} u_1 \\ v_1 \\ w_1 \end{bmatrix} = \mathbf{R}_1 \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ -f \end{bmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} b & 0 & 0 \\ u_1 & v_1 & w_1 \\ u_2 & v_2 & w_2 \end{vmatrix} = 0$$

$$\begin{bmatrix} u_2 \\ v_2 \\ w_2 \end{bmatrix} = \mathbf{R}_2 \begin{bmatrix} x_2 \\ y_2 \\ -f \end{bmatrix}$$

$\varphi_2, \omega_2, \kappa_2$
的函数

单独像对的相对定向 φ_1、κ_1、φ_2、ω_2、κ_2

误差方程：$V_Q = \frac{u_1 v_2}{w_2} d\varphi_1 - \frac{u_2 v_1}{w_1} d\varphi_2 + f(1+\frac{v_1 v_2}{w_1 w_2}) d\omega_2 + \frac{u_1}{w_1} d\kappa_1 - \frac{u_2}{w_2} d\kappa_2 - Q$

$$Q = -f\frac{v_1}{w_1} + f\frac{v_2}{w_2}$$

相对定向:

■特点：不考虑模型的比例尺，不需要野外控制点

■连续像对法相对定向的特征：前一像对右像片的相对定向角元素，对后一像对而言，是左像片的角元素，已成为已知值。适用于航带

■单独像对法相对定向适用于单模型

三、相对定向元素的计算过程

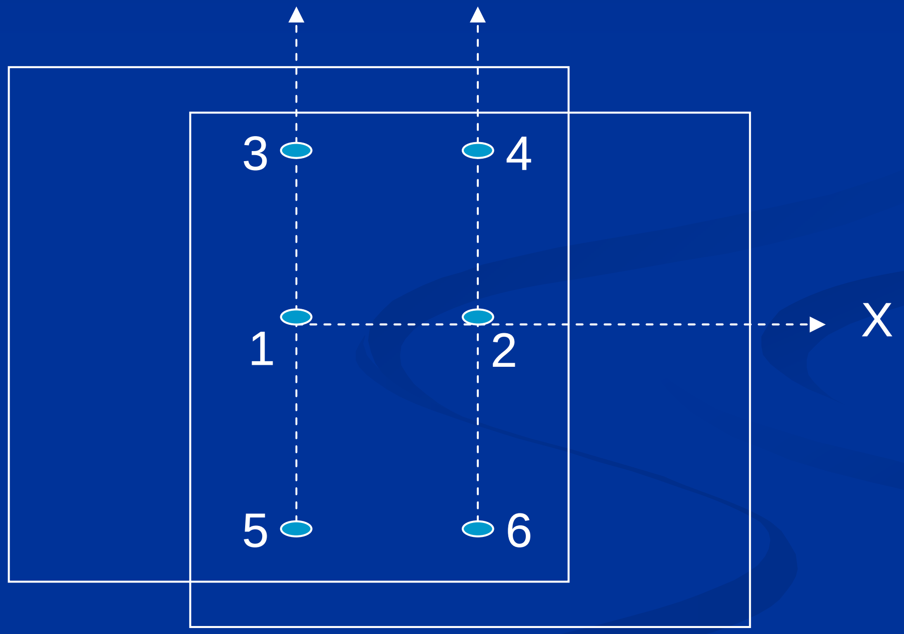
定向点：同名像点（明显点）

六个标准点位

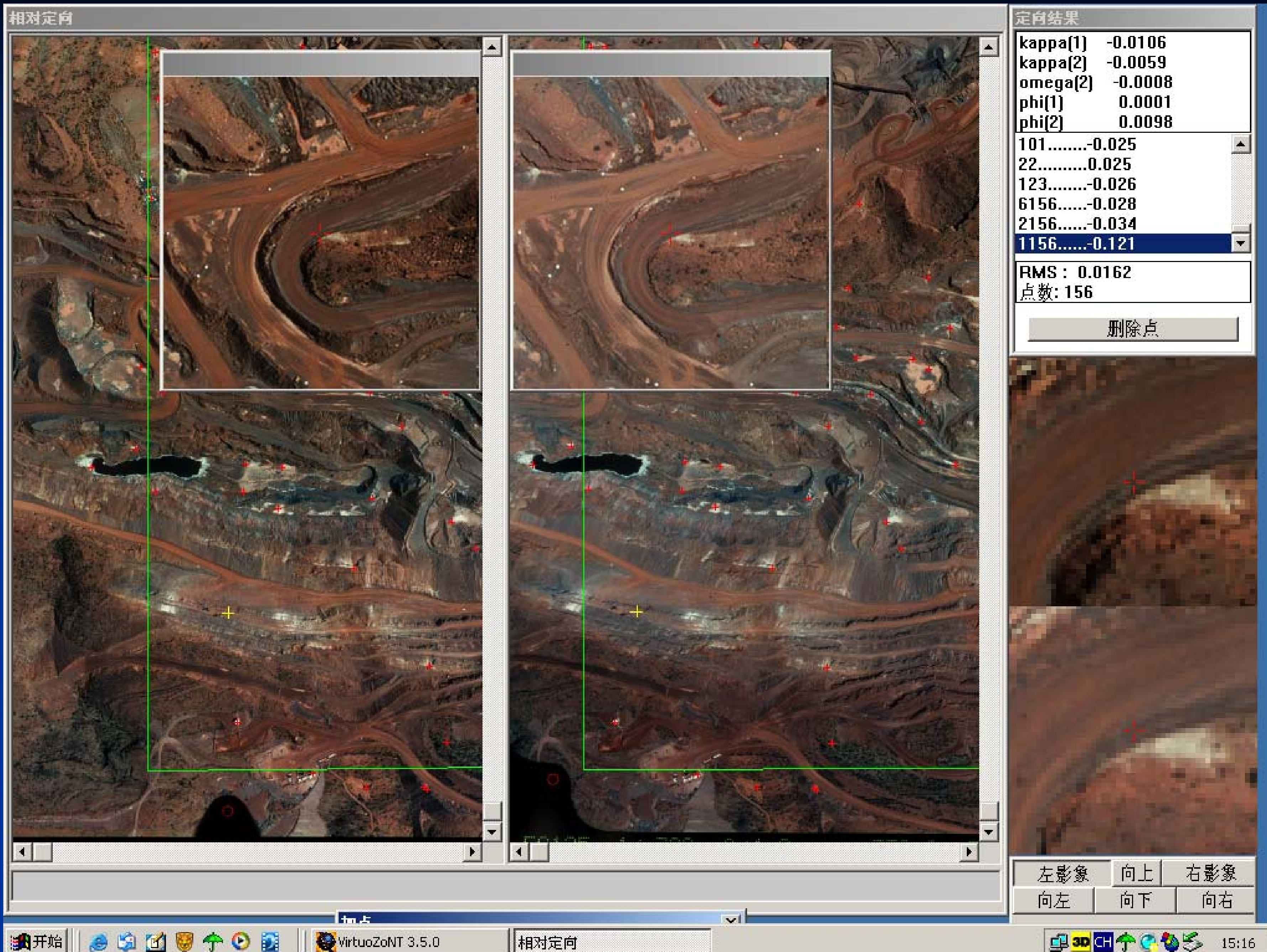
1、2点：左、右片的像主点

3、5点：X=0，Y值最大

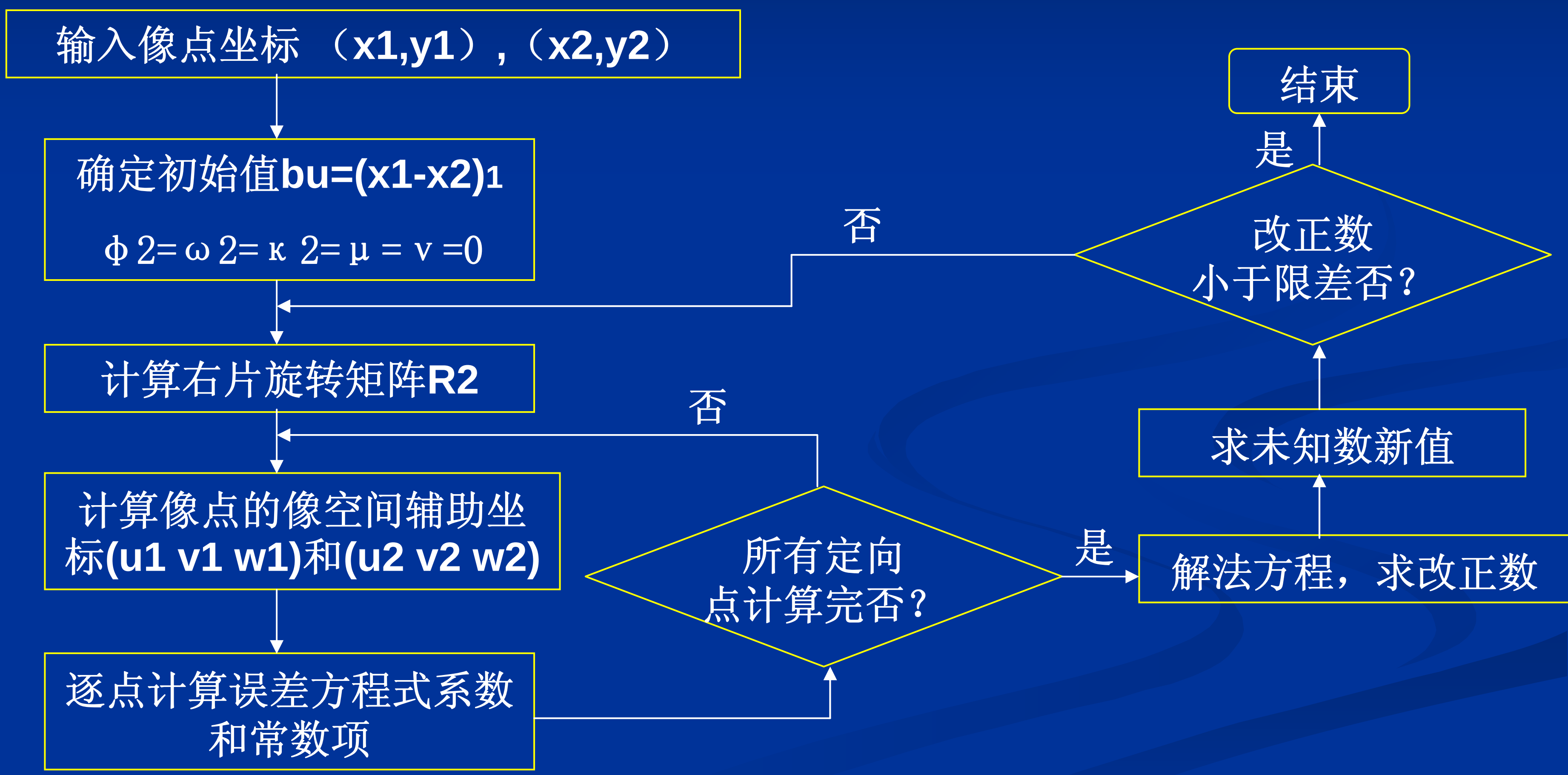
4、6点：X=b，Y值最大



相对定向标准点位


相对定向
定向结果
kappa(1) -0.0106
kappa(2) -0.0059
omega(2) -0.0008
phi(1) 0.0001
phi(2) 0.0098
101........-0.025
22..........0.025
123........-0.026
6156......-0.028
2156......-0.034
1156......-0.121
RMS : 0.0162
点数: 156
删除点
左影象
向上
右影象
向左
向下
向右
开始
VirtuoZoNT 3.5.0
相对定向
15:16

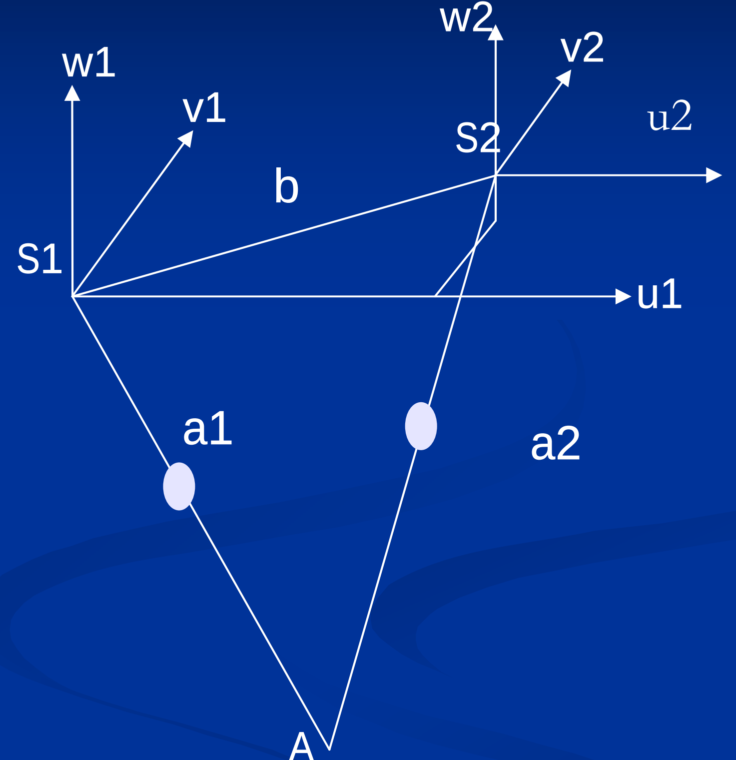
计算框图：以连续像对的相对定向为例



四、模型点坐标的计算（模型点在像空间辅助坐标系坐标）

解出相对定向元素后，只能求出像点在像空间辅助坐标系中的坐标

$$\begin{bmatrix} u_1 \\ v_1 \\ w_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ -f \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} u_2 \\ v_2 \\ w_2 \end{bmatrix} = R_2 \begin{bmatrix} x_2 \\ y_2 \\ -f \end{bmatrix}$$



模型点在像空间辅助坐标系坐标

$$U_1 = N_1 u_1 = b_u + N_2 u_2$$

$$V_1 = N_1 v_1 = b_v + N_2 v_2$$

$$W_1 = N_1 w_1 = b_w + N_2 w_2$$

投影系数：

$$N_1 = \frac{b_u w_2 - b_w u_2}{u_1 w_2 - u_2 w_1}$$

$$N_2 = \frac{b_u w_1 - b_w u_1}{u_1 w_2 - u_2 w_{11}}$$